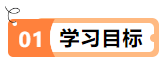
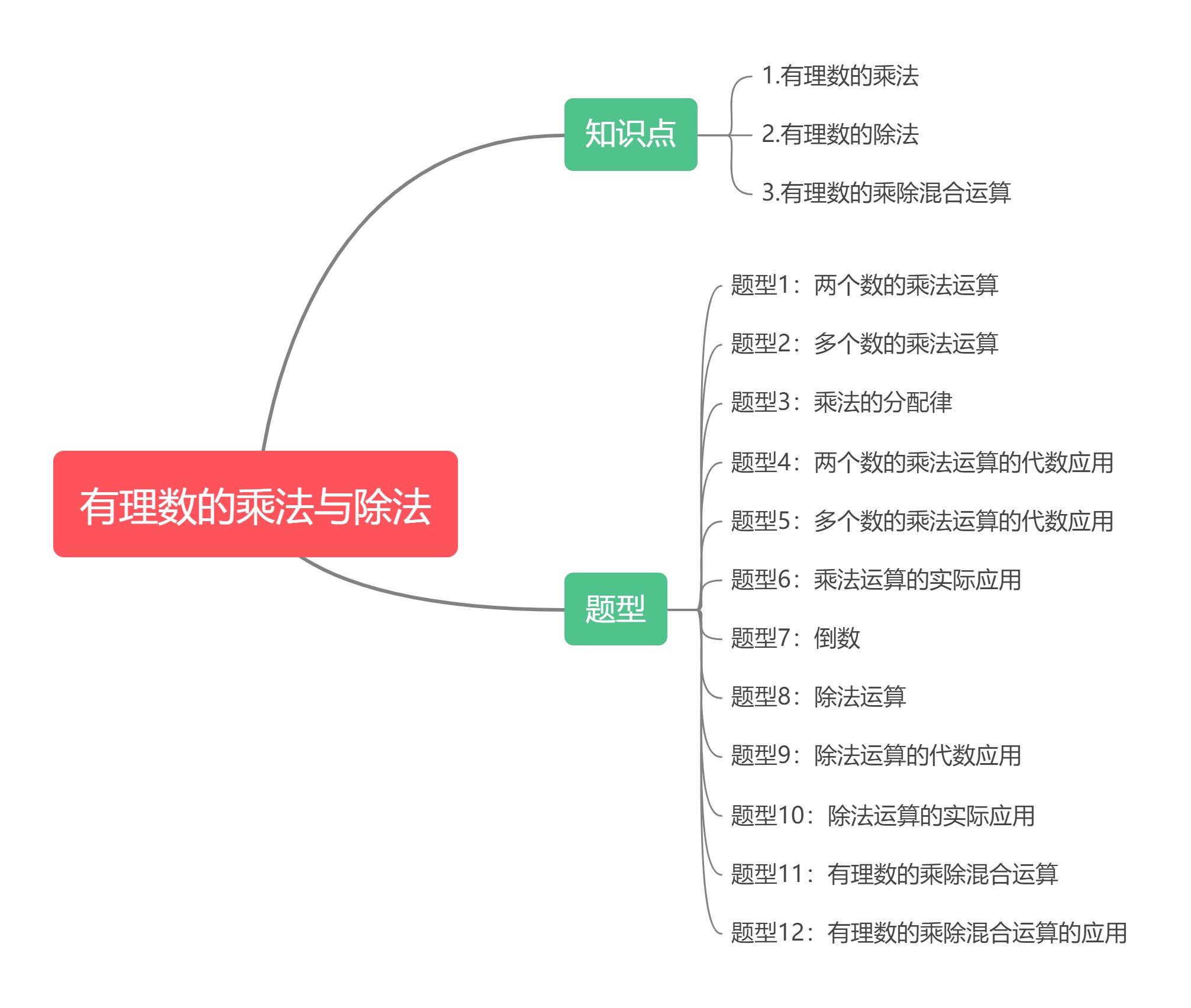
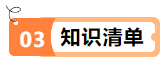
**第05讲 有理数的乘法与除法（十二大题型）**



|  |
| --- |
| **学习目标** |
| 1、会根据有理数的乘法法则进行乘法运算，并运用相关运算律进行简算；  2.、理解乘法与除法的逆运算关系，会进行有理数除法运算；  3.、巩固倒数的概念，能进行简单有理数的加、减、乘、除混合运算。 |







**一、有理数的乘法**

1.有理数的乘法法则：（1）两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；

（2）任何数同0相乘，都得0．

**要点：** (1) 不为0的两数相乘，先确定符号，再把绝对值相乘．

（2）当因数中有负号时，必须用括号括起来，如-2与-3的乘积，应列为(-2)×(-3)，不应该写成-2×-3．

2. 有理数的乘法法则的推广：（1）几个不等于0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定．当负因数有奇数个时，积为负；当负因数的个数有偶数个时，积为正；

（2）几个数相乘，如果有一个因数为0，那么积就等于0．

**要点：**（1）在有理数的乘法中，每一个乘数都叫做一个因数．

(2)几个不等于0的有理数相乘，先根据负因数的个数确定积的符号，然后把各因数的绝对值相乘．

(3)几个数相乘，如果有一个因数为0，那么积就等于0．反之，如果积为0，那么至少有一个因数为0．

3. 有理数的乘法运算律：

（1）乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，积相等，即：ab＝ba．

（2）乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等．即：abc＝(ab)c＝a(bc)．

（3）乘法分配律：一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加．即：a(b+c)＝ab+ac．

**要点：**（1）在交换因数的位置时，要连同符号一起交换．

（2）乘法运算律可推广为：三个以上的有理数相乘，可以任意交换因数的位置，或者把其中的几个因数相乘．如abcd＝d(ac)b．一个数同几个数的和相乘，等于把这个数分别同这几个数相乘，再把积相加．如a(b+c+d)＝ab+ac+ad．

（3）运用运算律的目的是“简化运算”，有时，根据需要可以把运算律“顺用”，也可以把运算律“逆用”．

**二、有理数的除法**

1.倒数的意义：乘积是1的两个数互为倒数．

**要点：**(1)“互为倒数”的两个数是互相依存的.如-2的倒数是，-2和是互相依存的；

(2)0和任何数相乘都不等于1，因此0没有倒数；

(3)倒数的结果必须化成最简形式，使分母中不含小数和分数；

(4)互为倒数的两个数必定同号(同为正数或同为负数)．

2. 有理数除法法则：

法则一：除以一个不等于0的数，等于乘这个数的倒数，即.

法则二：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除．0除以任何一个不等于0的数，都得0.

**要点：**（1）一般在不能整除的情况下应用法则一，在能整除时应用法则二方便些．

（2）因为0没有倒数，所以0不能当除数．

（3）法则二与有理数乘法法则相似，两数相除时先确定商的符号，再确定商的绝对值．

**三、有理数的乘除混合运算**

由于乘除是同一级运算，应按从左往右的顺序计算，一般先将除法化成乘法，然后确定积的符号，最后算出结果．

**【即学即练1】**计算的结果为（    ）

A． B． C．2 D．8

**【即学即练2】**的倒数是（　　）

A． B． C． D．4

**【即学即练3】**计算的结果是（    ）

A． B． C． D．6

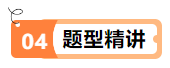
**【即学即练4】**下列计算正确的是（    ）

A． B．

C． D．

**【即学即练5】**若两个有理数在数轴上对应的点都在原点的同侧，则这两个数相除所得的商（　　）

A．一定是负数 B．一定是正数 C．等于0 D．以上都不对



**题型1：两个数的乘法运算**

**【典例1】**．计算：

(1)；

(2)；

(3)；

(4)；

(5)；

(6)．

**题型2：多个数的乘法运算**

**【典例2】**．计算

（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）；

（6）；

（7）；

（8）．

**题型3：乘法的分配律**

**【典例3】**．利用分配律计算时，正确的方案可以是（    ）

A． B． C． D．

**【典例4】**．这个运算应用了（    ）

A．乘法交换律 B．乘法结合律 C．分配律 D．加法结合律

**【典例5】**．指出下列变化中所运用的运算律：

（1） ；

（2） ．

**【典例6】**．计算： ．

**【典例7】**．计算： ．

**【典例8】**．计算的结果是 ．

**题型4：两个数乘法运算的代数应用**

**【典例9】**．若，，则下列判断正确的是（    ）

A．、都是正数 B．、都是负数

C．、异号且负数的绝对值大 D．、异号且正数的绝对值大

**【典例10】**．已知，则（    ）

A． B． C． D．

**【典例11】**．下列判断正确的是 (     )

A．若，则，中至少一个为零

B．若，则一定有，

C．若，则一定有，

D．若，且，则，

**题型5：多个数乘法运算的代数应用**

**【典例12】**．在﹣1，﹣3，4，﹣5，0，6这六个数中，任取两个数相乘，所得的积最大的是（　　）

A．﹣15 B．30 C．24 D．0

**【典例13】**．个数的乘积为，则（   ）

A．均为 B．最多有一个为

C．至少有一个为 D．有两个数是相反数

**【典例14】**．绝对值不大于的所有整数的乘积是（    ）

A．6 B．-6 C．-36 D．0

**【典例15】**．若，则的值为（    ）

A． B．5 C．0 D．以上答案都不正确

**【典例16】**．若*a*、*b*、*c*、*d*是互不相等的整数，且，则 ．

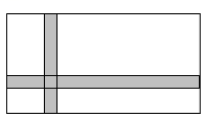
**题型6：乘法运算的实际应用**

**【典例17】**．李阿姨的月工资是5000元，扣除3500元免税项目后的部分需要按3%的税率缴纳个人所得税，她应缴个人所得税 元．

**【典例18】**．在一个底面半径为10厘米的圆柱形水桶里，垂直放入一根底面半径为5厘米的圆柱形钢材，如果钢材完全浸没在水中，桶里的水位上升了9厘米（水未溢出），则这根钢材的体积是 立方厘米．（取3.14）

**【典例19】**．每袋小麦超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数．则袋小麦对应的数分别为，，，，，0，，，，．则这袋小麦的总质量是 ．

**【典例20】**．如图，在一块长20m，宽10m的长方形草地上，修建两条宽为1m的长方形小路，则这块草地的绿地面积（图中空白部分）为 m2．



**【典例21】**．100米长的小棒，第1次截去，第2次截去剩下的，第3次截去剩下的，如此下去，第5次后剩下的小棒长 米，第49次后剩下的小棒长 米．

**题型7：倒数**

**【典例22】**．的倒数是（　　）

A． B． C． D．

**【典例23】**．的倒数是（　　）

A．2023 B． C． D．

**【典例24】**．与互为倒数的数是（　　）

A． B． C． D．

**【典例25】**．的相反数是 ，倒数是 ．

**【典例26】**．如果两个数的乘积为－1，那么称这两个数互为负倒数，则的负倒数为（    ）

A． B．－2 C．2 D．4

**题型8：除法运算**

**【典例27】**．计算：

（1）；    （2）；    （3）；

（4）；    （5）；    （6）．

**【典例28】**．计算：

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

**【典例29】**．计算：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）；

（6）；

（7）；

（8）．

**【典例30】**．阅读下列材料：计算：．

解法1思路：原式；对吗？答：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

解法2提示：先计算原式的倒数：，故原式等于300．

（1）请你用解法2的方法计算：；

（2）现在这个题简单了吧！来吧！试试吧！

**【典例31】**．计算： ．

**题型9：除法运算的代数应用**

**【典例32】**．如果两个有理数在数轴上对应的点分别在原点的两侧，则这两个数相除所得的商（    ）

A．一定是负数 B．一定是正数 C．等于0 D．以上都不是

**【典例33】**．如果a＋b＜0，且＞0，下列结论成立的是(   )

A．a＞0，b＞0 B．a＜0，b＜0 C．a＞0，b＜0 D．a＜0，b＞0

**【典例34】**．两个有理数的商是正数，这两个数一定(　　)

A．都是负数 B．都是正数

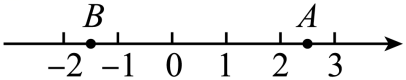
C．至少有一个是正数 D．同号

**【典例35】**．如果，则的值与0的大小关系是（　　）

A． B． C． D．不能确定

**【典例36】**．已知，，且，则 ．

**【典例37】**．如图所示，实数*a*，*b*在数轴上表示的点分别是*A*、*B*，下列不等式正确的是（    ）

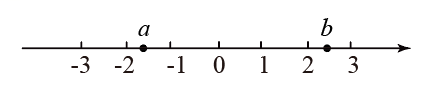


A． B． C． D．

**【典例38】**．若，且，异号，则的符号为（ ）

A．大于 B．小于 C．大于等于 D．小于等于

**【典例39】**．已知实数*a*，*b*在数轴上对应的点的位置如图所示，则的值是（    ）



A． B． C．0 D．2

**【典例40】**．a、b为任何非零有理数，则的可能取值是（    ）

A．或1 B．3或1或 C．1或3 D．或3

**【典例41】**．已知，则

**题型10：除法运算的实际应用**

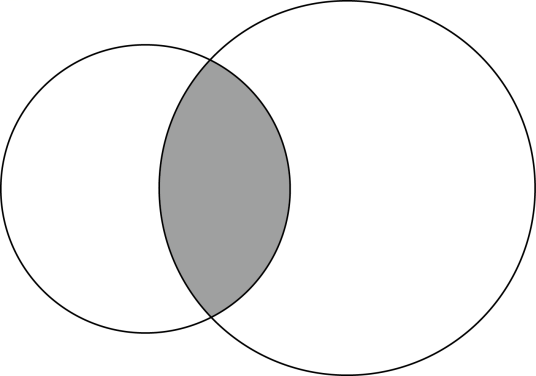
**【典例42】**．时= 时 分；800平方米= 公顷；5千克23克= 千克．

**【典例23】**．买6件同样的短袖衬衫要用1020元．

(1)如果用这些钱去买长袖衬衫，就要少买2件．长袖村衫的单价是多少元？

(2)如果每件短袖衬衫按七五折出售，用这些钱可以买几件短袖衬衫？

**【典例44】**．如图，两个圆重叠在一起，重叠部分的面积是大圆面积的，是小圆面积的，已知小圆面积是，则大圆面积是( )．



**【典例45】**．有两列同方向行驶的火车，快车每秒行米，慢车每秒行米．如果从两车头对齐开始算，则行20秒后快车超过慢车；如果从两车尾对齐开始算，则行秒后快车超过慢车．那么，两车长分别是多少？如果两车相对行驶，两车从车头重叠起到车尾相离需要经过多少时间？

**【典例46】**．一条小河上，*A*在*B*上游150千米处．甲、乙两船分别从*A、B*两地同时出发，若相向而行， 3小时后相遇；若同向而行，15小时后甲被乙追上．则甲船的静水速度是每小时多少千米？

**题型11：有理数的乘除混合运算**

**【典例47】**．计算：

(1)（﹣85）×（﹣25）×（﹣4）；

(2)﹣；

(3)；

(4)．

**【典例48】**．计算：

(1)－2÷×；

(2)(－510)÷(＋34)÷(－0.125)；

(3)2÷÷；

(4)(－81)÷2××．

**【典例49】**．计算：

（1）；（2）；（3）；

（4）；（5）；（6）.

**【典例50】**．计算：得（    ）

A． B． C． D．

**题型12：有理数的乘除混合运算的应用**

**【典例51】**．两数相除商是2.4，如果被除数扩大100倍，除数除以0.01，商是（    ）

A．2.4 B．24 C．240 D．0.024

**【典例52】**．已知是有理数，表示不超过的最大整数，如，，，等，那么（    ）

A．－6 B．－5 C． D．



**一、单选题**

1．的倒数是（　 　）

A． B．2024 C． D．

2．计算的结果等于（     ）

A． B． C． D．

3．算式3的运算符号被遮盖了，若要使该式的计算结果最小，则被遮盖的运算符号为（     ）．

A．＋ B． C．× D．÷

4．计算：（     ）

A． B． C． D．

5．下列说法错误的是（     ）

A．小于的数的倒数大于其本身 B．大于1的数的倒数小于其本身

C．一个数的倒数不可能等于它本身 D．的倒数是

6．下列命题中，正确的是（　　）

A．若，则， B．若，则，

C．若，则且 D．若，则或

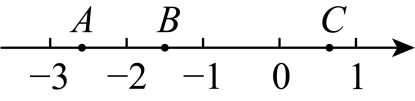
7．汽车油箱中有汽油，行驶的平均耗油量为，则汽车最多能行驶（    ）

A． B． C． D．

8．从和为55的10个不同的非零自然数中，取出3个数后，余下的数之和是55的，则取出的3个数的积最大等于（    ）

A．280 B．270 C．252 D．216

9．如图，数轴上点对应的有理数分别为*a*，*b*，*c*，下列结论：①；②；③；④，其中正确的个数是(    )个．



A．1 B．2 C．3 D．4

10．若，则的值可能是（    ）

A．1和3 B．和3 C．1和 D．和

**二、填空题**

11．填空：

（1） ；

（2） ；

（3） ；

（4） ．

12．计算： ．

13．计算： ．

14．若，互为倒数，，互为相反数，则的值为 ．

15．在四个数中任取两个数相乘，其积的最大值是 ．

16．大于而不大于3的所有整数的积是 ．

17．随着人们环保意识的提高，新能源汽车市场持续增长．下面是某款新能源汽车充满电量状态下，汽车行驶过程中仪表盘显示电量*y*（）与行驶里程*s*（千米）之间的一组数据∶

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 已行驶里程*s*（千米） | 0 | 80 | 100 | 140 |
| 电量*y*（） | 100 | 60 | 50 | 30 |

当显示电量时，已行驶里程为 千米．

18．定义一种新运算：对于任意实数、，满足，当，时，的最大值为 ．

**三、解答题**

19．能简算的要简算．

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

20．计算：

(1)；

(2)；

(3)；

(4)．

21．用合理的方法计算，并写出过程．

(1)；

(2)；

(3)；

(4)；

(5)；

(6)．

22．用你喜欢的方法计算．

(1)；

(2)；

(3)；

(4)．

23．计算：

(1)；

(2)；

(3)．

24．计算：

(1)；

(2)

(3)．

25．阅读下面材料．

|  |
| --- |
| 利用运算律有时能进行简便计算．  例1：．  例2：． |

参照上面的例题．利用运算律进行简便计算：

(1)；

(2)．

26．甲筐卖，乙筐卖，两筐苹果剩下的同样多，已知甲筐原有苹果kg，乙筐原有苹果多少千克？

27．杭州第十九届亚运会期间，为全面做好赛事保障，确保赛事顺利进行，某检修小组从*O*地出发，在东西方向的马路上检修线路，如果规定向东行驶为正，向西行驶为负，一天中七次行驶记录如下：，，，，，，（单位：）

(1)求收工时距*O* 地多远？

(2)若每千米耗油0.2升，那么该检修小组本次检修共耗油多少升？

28．某集团公司对所属甲．乙两分厂下半年经营情况记录（其中“+”表示盈利，“﹣”表示亏损，单位：亿元）如下表．

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份 | 七月份 | 八月份 | 九月份 | 十月份 | 十一月份 | 十二月份 |
| 甲厂 | -0.2 | -0.4 | +0.5 | 0 | +1.2 | +1.3 |
| 乙厂 | +1.0 | -0.7 | -1.5 | +1.8 | -1.8 | 0 |

（1）计算八月份乙厂比甲厂多亏损多少亿元？

（2）分别计算下半年甲、乙两个工厂平均每月盈利或亏损多少亿元？

29．阅读：比较与的大小.

方法一：利用两数差的正负来判断.

因为－=＞0，所以＞.

方法二：利用两数商，看商是大于1还是小于1来判断.

因为÷=＞1，所以＞.

请用以上两种方法，比较－和－的大小.

30．小明有5张写着不同数字的卡片，请按要求抽出卡片，完成下列各问题：

@@@237fb481f83840769cffe585a2efbb9f

（1）从中取出2张卡片，使这2张卡片上数字的乘积最大，如何抽取？最大值是多少?答：我抽取的2张卡片是\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_，乘积的最大值为 ．

（2）从中取出2张卡片，使这2张卡片上数字相除的商最小，如何抽取？最小值是多少?答：我抽取的2张卡片是\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_，商的最小值为 ．

（3）从中取出2张卡片，使这2张卡片上数字组成一个最大的数，如何抽取？最大的数是？

答：我抽取的2张卡片是\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_，组成的最大的数为 ．

31．问题情境：数学活动课上，王老师出示了一个问题：，，，．

(1)利用规律计算：；

(2)问题拓展，求；

(3)问题解决：

求的值．

32．【问题情境】在数学活动课上，同学们玩“计算竟大”游戏：每场游戏开始时、乙两人手上各执四张数字牌和四张运算符号牌，四张数字牌上分别标有一个数字，四张运算符号牌分别标有“+”“-”“×”“÷”四个运算符号，双方都能看到对方牌面的信息．游戏开始，两人依次轮流出牌，每次只有一人出牌．

游戏规则：

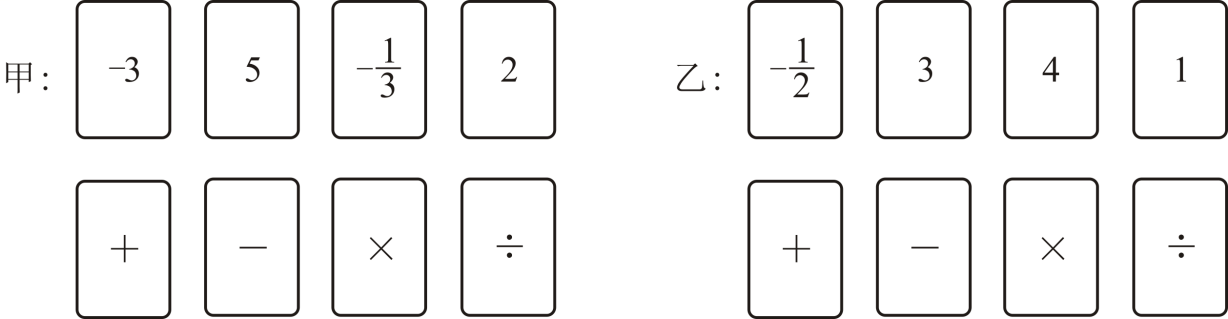
①第一次，由先出牌者出一张数字牌，直接做为第一次结果．

②从第二次开始，每次由出牌者出一张符号牌和一张数字牌，与上一次结果进行相应运算，运算结果记为本次结果．若本次结果的绝对值比上一次结果的绝对值大，则游戏继续；否则游戏结束，本次出牌者失利，对方获得本场游戏胜利；

③若游戏继续，则按上述规则玩到两人手上都没有数字牌为止．若最后一次结果们绝对值大于上一次结果的绝对值，则最后一次出牌者获得本场游戏胜利，否则对方获胜．

（相应的运算示例：若上一次的结果为，本次出牌的符号为“÷”，数字为“2”，则相应的运算为）

【问题解决】在某一场游戏前，甲、乙两人拿到的数字牌和符号牌如下：



(1)若第一次甲出“2”，第二次乙出“-”和“3”，直接写出第二次的结果，并判断游戏是否继续；

(2)若第一次甲出“”，第二次乙出“-”和“1”，第三次甲出“÷和“”，第四次乙出“×”和“3”，第五次甲出“×”和“2”，请列出综合算式求第五次的结果；

(3)在（2）的基础上，第六次乙应如何出牌才能保证最后结果总是自己胜出？请写出保证乙能最终获胜的第六次出牌方案，并说明该方案乙必胜的理由．